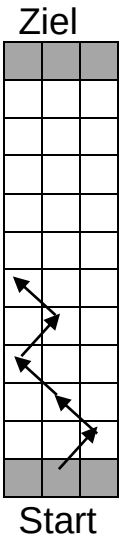
# Neunundzwanzigste Fürther **M**athematik-**O**lympiade Kreiswettbewerb **As**chaffenburg

HERMANN GUTMANN STIFTUNG

**Hauptsponsor von FüMO in Unterfranken**

## Klassenstufe 5
## Die Aufgaben der 1. Runde




### Aufgabe 1 Zickzack-Wege

Kim hat sich ein Spiel ausgedacht. Dafür malt sie ein 3x12-Feld auf den Hof. Sie möchte von einem Ende zum anderen gelangen, indem sie immer diagonal ein Feld vorwärts hüpft (siehe Abb.).

a) Kann sie mit elf Hüpfern das mittlere Feld am Ziel erreichen, wenn sie am Start in der Mitte beginnt?

b) Wie viele verschiedene Wege mit elf Sprüngen gibt es, wenn Kim im mittleren Startfeld beginnt?

c) Bestimme die Anzahl aller möglichen Wege von den drei Startfeldern zum Ziel.

### Aufgabe 2 Zebrazahlen mit der Quersumme 2020

Eine natürliche Zahl mit mindestens drei Stellen heißt *Zebrazahl*, wenn sie aus zwei Ziffern besteht und in der Zifferndarstellung nie gleiche Ziffern nebeneinander stehen. So sind zum Beispiel 373, 7070 und 4646464 Zebrazahlen.

a) Die Zebrazahl 1010…1010 hat die Quersumme 2020. Wie viele Stellen hat sie?

b) Bestimme alle weiteren Zebrazahlen, die (1) eine gerade Stellenzahl haben, (2) die Quersumme 2020 haben und (3) auf 1 enden.

c) Bestimme alle Zebrazahlen, die (1) eine ungerade Stellenzahl haben, (2) die Quersumme 2020 haben und (3) auf 1 enden.

### Aufgabe 3 Bio im Durchschnitt

Nachdem Ökobauer Tim seinen letzten Biokürbis für 2,40 € auf dem Wochenmarkt verkauft hat, stellt er fest, dass der durchschnittliche Verkaufspreis seiner Kürbisse bei 2,51 € liegt. Bevor er zusammenpackt, bringt ein besonders kritischer Kunde einen Kürbis mit einer Delle zurück. Tim gewährt ihm einen Nachlass von 1,24 € für diesen Kürbis. Dadurch verringert sich der Durchschnittspreis der verkauften Kürbisse auf 2,47 €.

Wie viele Kürbisse hat Tim verkauft?

## Letzter Abgabetermin für die 1. Runde ist Donnerstag, der 26.11.2020

**Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist.** Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören **die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.**

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:

---

Ich nehme / Wir nehmen an der 1. Runde der 29. Fürther Mathematik-Olympiade (2020/21) Kreiswettbewerb Aschaffenburg für die 5. Klasse teil:

Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

**Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.**

Unterschrift(en):_____

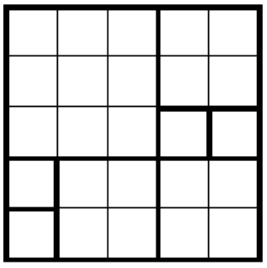
# Neunundzwanzigste Fürther **M**athematik-**O**lympiade Kreiswettbewerb **As**chaffenburg

HERMANN GUTMANN STIFTUNG

**Hauptsponsor von FüMO in Unterfranken**

## Klassenstufe 6
## Die Aufgaben der 1. Runde

### Aufgabe 1 Quadrate im Quadrat



Elisa betrachtet nur Quadrate mit ganzzahligen Seitenlängen.
Sie zerlegt ein Quadrat in kleinere, nicht notwendig verschiedene Quadrate, z.B. ein 5x5 Quadrat in 8 kleinere Quadrate.

a) Elisa zerlegt ein 8x8-Quadrat in sieben Quadrate. Zeichne ein Beispiel.
b) Elisa zerlegt ein 7x7-Quadrat in neun Quadrate. Wie könnte dies aussehen?
c) Welches kleinste Quadrat lässt sich in 34 Quadrate zerlegen? Gib dazu zwei Zerlegungen an, die unterschiedlich viele 1x1-Quadrate enthalten.

### Aufgabe 2 Trillige Zahlen

Julia nennt eine dreistellige natürliche Zahl trillig, wenn ihre Ziffern verschieden von 0 sind und wenn ihre Ziffern der Größe nach geordnet direkt aufeinanderfolgen.
Bsp.: 132, 789 oder 657 sind trillige Zahlen.

a) Wie viele trillige Zahlen gibt es?
b) Julia findet: 675 = 132 + 543. Welches sind die kleinste und die größte trillige Zahl, die sich als Summe zweier trilliger Zahlen darstellen lassen.
c) Wie viele trillige Zahlen mit der Ziffer 4 gibt es, die sich als Summe zweier trilliger Zahlen darstellen lassen.

### Aufgabe 3 Die Erbsentreppe

Auf den zehn Stufen einer Treppe sind viele Erbsen verteilt. Jede Erbse, die über eine Stufenkante rollt, fällt auf die nächste und die übernächste Stufe. Dort bleibt sie dann liegen. Bei jedem Auftreffen auf eine Stufe stößt sie je eine Erbse so an, dass diese über die Kante rollt und sich wie die Ausgangserbse verhält (zweimaliges Fallen und Anstoßen). Zu Beginn wird oben eine Erbse über die Kante geschubst. Sei $E_n$ die Anzahl der Erbsen, die auf die n-te Stufe (von oben gezählt) auftreffen.

a) Es ist $E_1 = 1$. Gib die nächsten drei Werte $E_2$, $E_3$ und $E_4$ an.

b) Berechne die Anzahl der Erbsen, die unten (10-te Stufe) ankommen.

c) Nun treibt eine Erbse nach dem 1. Sturz zwei neue Erbsen über die Kante. Nach dem 2. Sturz bleibt sie jedoch liegen, ohne eine weitere Erbse anzustoßen. Bestimme die Anzahl der nun unten ankommenden Erbsen, wenn oben eine Erbse über die Kante rollt.

## Letzter Abgabetermin für die 1. Runde ist Donnerstag, der 26.11.2020

**Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist.** Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören **die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.**

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:

✂ ----------

Ich nehme / Wir nehmen an der 1. Runde der 29. Fürther Mathematik-Olympiade (2020/21) Kreiswettbewerb Aschaffenburg für die 6. Klasse teil:

Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

**Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.**

Unterschrift(en):_____

# Neunundzwanzigste Fürther **M**athematik-**O**lympiade Kreiswettbewerb **As**chaffenburg

HERMANN GUTMANN STIFTUNG

**Hauptsponsor von FüMO in Unterfranken**

## Klassenstufe 7
## Die Aufgaben der 1. Runde

### Aufgabe 1 Zerlege das Dreieck

Ist es möglich, ein gleichseitiges Dreieck in 4, 6, 29 oder 2020 nicht notwendig gleich große gleichseitige Dreiecke zu zerlegen?
Zeichne jeweils eine solche Zerlegung oder beschreibe, wie man sie durchführen könnte.

### Aufgabe 2 Karten im Karton

In einem Karton befinden sich 400 Eintrittskarten in fünf verschiedenen Farben: blaue, grüne, rote, violette und orangefarbene. Die Anzahlen der blauen, grünen und roten Tickets verhalten sich wie 1 : 2 : 4, die der grünen, violetten und orangenen wie 1 : 3 : 6.
Wie viele Karten von jeder Farbe enthält der Karton?

### Aufgabe 3 Die letzte Ziffer

Alle Faktoren, die ein Vielfaches von 2 oder ein Vielfaches von 5 sind, werden aus dem Produkt $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2020 \cdot 2021$ entfernt.
Auf welche Ziffer endet das Produkt der verbleibenden Zahlen?

## Letzter Abgabetermin für die 1. Runde ist Donnerstag, der 26.11.2020

**Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist.** Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören **die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.**

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:

✂ ----------

Ich nehme / Wir nehmen an der 1. Runde der 29. Fürther Mathematik-Olympiade (2020/21) Kreiswettbewerb Aschaffenburg für die 7. Klasse teil:

Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

**Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.**

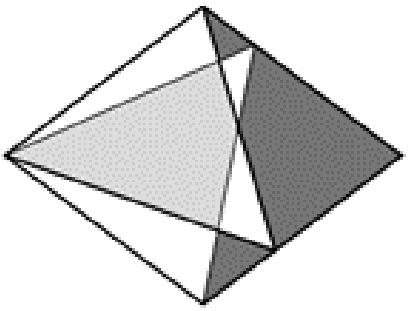
Unterschrift(en):_____

# Neunundzwanzigste Fürther **M**athematik-**O**lympiade Kreiswettbewerb **As**chaffenburg

HERMANN GUTMANN STIFTUNG

**Hauptsponsor von FüMO in Unterfranken**

## Klassenstufe 8
## Die Aufgaben der 1. Runde



### Aufgabe 1 Flächenvergleich

Welcher Teil der Raute in der nebenstehenden Abbildung besitzt den größeren Flächeninhalt: Der hellgraue oder der dunkelgraue Teil?

### Aufgabe 2 Drei in Folge

Gegeben ist eine Folge von natürlichen Zahlen $b_1$, $b_2$, $b_3$, …, bei denen die Summe von drei direkt aufeinander folgenden Zahlen stets 2020 ergibt.
Man weiß, dass $b_{666} = 412$ und $b_{1097} = 998$ ist. Welche Zahl ist dann $b_{2020}$?

### Aufgabe 3 Alte Schachteln

Anlässlich des Sommerfestes im Adam-Ries-Gymnasium hat die Klasse 8a einen Verkaufsstand aufgebaut. Die Verkaufsobjekte liegen in großen, mittleren und kleinen Schachteln.
Am Ende wird aufgeräumt. Dabei stellt Adam fest, dass einige der 11 großen Schachteln je 8 mittlere Schachteln enthalten und einige dieser mittleren Schachteln wiederum je 8 kleine Schachteln. Adam bemerkt zudem, dass 102 Schachteln keine kleinen Schachteln enthalten.

Wie viele Schachteln hat die Klasse 8a insgesamt mitgebracht?

## Letzter Abgabetermin für die 1. Runde ist Donnerstag, der 26.11.2020

**Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist.** Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören **die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.**

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:

✂ ----------

Ich nehme / Wir nehmen an der 1. Runde der 29. Fürther Mathematik-Olympiade (2020/21) Kreiswettbewerb Aschaffenburg für die 8. Klasse teil:

Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

**Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.**

Unterschrift(en):_____